

# La matemática y las síntesis físicas

Joaquín González Álvarez

*"La Filosofía[Física] está escrita en el libro del Universo con el lenguaje de las matemáticas".*  
**Galileo Galilei**

La matemática no sólo es un instrumento de cálculo auxiliar para algunas ciencias, sino que constituye un poderoso método de exposición y análisis para las exactas, especialmente la física y sus ramas.

Los contenidos de la física se han ido agrupando por los estudiosos, según la unidad de su temática, en síntesis que han ido apareciendo históricamente como paradigmas. Aunque según Thomas Kuhn los paradigmas surgen producto de revoluciones científicas sustituyendo al anterior vigente, en la mayoría de los casos aparecen como generalizaciones de las cuales los precedentes pasan a ser casos particulares.

Los científicos concuerdan en que las grandes síntesis de la historia las conforman, la Mecánica de Newton, la Electrodinámica, las Teorías de la Relatividad y la Mecánica Cuántica.

Cada uno de esos paradigmas como para reafirmar su carácter de síntesis, se basan en un número muy reducido de ecuaciones que a su vez su expresión matemática es muy breve.

Empezamos a comprobar lo expuesto, con la síntesis de la Mecánica de Newton.



La ecuación fundamental de la Mecánica de Newton o Mecánica Clásica, se expresa como:  $F=ma$  donde  $F$  fuerza,  $m$  masa y  $a$  aceleración. Fundamental en el contexto, significa que de la ecuación, mediante desarrollo matemático y convenientes definiciones, es posible ir deduciendo el sustento teórico general de la disciplina en cuestión.

Damos una idea. Para ello utilizamos el concepto de aceleración para escribir la ecuación de la siguiente forma:  $mx''=ma$  con lo que  $x''=a$ . Mediante una primera integración llegamos a la fórmula de la velocidad final de un movimiento uniformemente acelerado:  $v=v_0+at$  y por una

segunda integración a la ecuación del espacio:  $x=v_0t+1/2at^2$ . Y de esa forma mediante el razonamiento auxiliado por la matemática se puede acceder a gran parte del basamento teórico de la Mecánica.

Otra muestra del papel de la matemática en las síntesis físicas lo vemos en la Electrodinámica con sus fundamentales ecuaciones de Maxwell:

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = q/\epsilon_0 \quad (1)$$

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = 0 \quad (2)$$

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = -d\Phi_B/dt \quad (3)$$

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 I + \epsilon_0 \mu_0 d\Phi_E/dt \quad (4)$$



Las ecuaciones de Maxwell, modelo emblemático de elegancia matemática, destacan otra posibilidad que ofrecen algunas expresiones matemáticas: mostrar por un simple golpe de vista el enunciado de una ley física. Por la analogía evidente entre las ecuaciones (1) y (2) advertimos la dependencia inversa de los campos eléctrico y magnético,  $E$  y  $B$ , de la distancia  $r$  al cuadrado ya que las áreas llevan implícitos dichos cuadrados, y la no existencia en magnetismo de algo similar a la carga eléctrica

$q$ . En la (3) observamos que la variación del flujo magnético  $\Phi_B$  con el tiempo crea un campo eléctrico (fundamento de las plantas eléctricas) y en la (4) que la variación del flujo eléctrico  $\Phi_E$ , como ocurre entre las placas de un condensador, origina un campo magnético.

Veamos ahora la síntesis de las Teorías de la Relatividad de Einstein, que en aras de la brevedad nos ocuparemos sólo de la Teoría General. Su ecuación fundamental la mostraremos luego de una breve transformación de la siguiente forma:

$$R_{ik} = 8\pi k/c^4 (T_{ik} - 1/2 g_{ik} T)$$



donde en el primer miembro tenemos la curvatura del espacio-tiempo representada por el tensor de Ricci, y en el segundo una expresión que contiene al tensor energía-impulso  $T$  que lleva implícita la masa. De manera que la ecuación muestra "a simple vista" la curvatura en el espacio-tiempo que originan la masa y la energía como estipula la Teoría General de la Relatividad.

Adaptamos esa expresión para mostrar como lleva a la Ley de la Atracción Universal de Newton, realizando la sustitución  $T = -\mu c^2$  y  $g_{ik} = I$  y además tenemos en cuenta  $R_{00} = -1/2 \nabla^2 \varphi/c^2$  (la  $g$  del tensor métrico y  $\varphi$  potencial gravitatorio), llegando a  $R_{00} = 4\pi k/c^2 \mu$  ( $\mu$  densidad) y aplicando  $R_{00} = \partial \Gamma_{00} / \partial x$  donde  $\Gamma_{00} = 1/2 \partial g_{00} / \partial x$  símbolo de Christoffel que como puede verse por la igualdad anterior y la de  $g$ , representa una intensidad de campo. De modo que por las igualdades anteriores se tiene que  $R_{00} = -1/c^2 (\partial^2 \varphi / \partial x^2)$  y que  $\partial^2 \varphi / \partial x^2 = 4\pi k \mu$  expresión que advertimos tiene la misma forma que la ecuación de Poisson la cual la podemos pensar aplicada al potencial gravitatorio y por analogía con el electrostático, tener como solución  $\varphi = -km/r$ . Al tener en cuenta que la fuerza de

atracción gravitatoria vendrá dada por  $F = -m' \frac{\partial \phi}{\partial r}$ , obtenemos, como consecuencia de la Teoría General de la Relatividad, la Ley de la Gravitación Universal:

$$F = -k \frac{m m'}{r^2}.$$

Por último nos ocuparemos de la síntesis de la Mecánica Cuántica. Esta tiene como fundamental a la ecuación de Schrödinger la cual muy compactada la podemos escribir así:

$$H\psi = E\psi$$



donde  $H$  es el operador hamiltoniano,  $\psi$  es la función de onda que expresa el estado de los sistemas cuánticos y  $E$  es la energía del sistema.  $H$  es un operador del tipo  $-\hbar^2 \nabla^2$  donde  $\hbar$  constante y  $\psi$  tiene la forma  $A \cdot \sin ax$  donde  $a$  toma valores discretos. Al actuar el operador sobre esta función se obtiene  $e a^2 \psi$  ( $e$  constante) donde el coeficiente de  $\psi$  corresponde en nuestro ejemplo a  $E$ . Como quiera que  $a$  toma valores discretos los resultados de la ecuación de Schrodinger constituyen un conjunto discreto de valores que se avienen con el carácter cuantificado de  $E$  en la Mecánica Cuántica.

Hemos visto como, utilizando el poderoso instrumento de la matemática es posible presentar en forma condensada y a la vez elegante, lo mas fundamental del sustento teórico de las que históricamente han sido consideradas las grandes síntesis de la física.

### **Bibliografía**

- Einstein, A., The Meaning of Relativity. Princeton University Press. 1984.  
Holliday, D., Física. John Wiley and Sons. 1982  
Landau, L. Y E. Lifshitz., Teoría Clásica de los Campos. Reverté. 1966.

**Joaquín GONZÁLEZ ÁLVAREZ**  
[j.gonzalez.a@hotmail.com](mailto:j.gonzalez.a@hotmail.com)