MEDICION DE LA DISTANCIA ANGULAR EN ESTRELLAS DOBLES VISUALES

UN PROCEDIMIENTO TRIGONOMÉTRICO

SOBRE LA MEDIDA DEL ARCO DE SEPARACIÓN DE DOS ESTRELLAS BINARIAS

Cuando se trata de medir el arco comprendido entre la posición en la bóveda celeste de un par de estrellas relativamente próximas, hemos de tener en cuenta que la distancia que se calcula no es la distancia física entre ambas, sino, más bien es la "imagen" sobre la bóveda celeste de la separación que observamos visualmente desde nuestro planeta. Es la *distancia angular*.

Dos estrellas que desde nuestra perspectiva nos pueden parecer muy próximas, pueden encontrarse tan alejadas una de la otra como nos podemos encontrar nosotros de alejados de cualquiera de las dos.

Es lo que ocurre en las distancias que observamos de dos objetos en nuestro entorno ordinario. Nos pueden parecer muy próximos desde una determinada perspectiva, pero si nos separamos "lateralmente" para observar el par desde otra perspectiva distinta comprobamos el grado de proximidad o de lejanía que existe entre ambos objetos. El problema es que, en el caso de observar un par de estrellas que nos parecen muy próximas, no podemos trasladarnos "lateralmente" para observarlas desde otra posición, pues para ello tendríamos que salirnos del Sistema Solar, e, incluso, desplazarnos distancias del orden de varios parsecs.

En lo que sigue vamos a intentar medir la distancia angular o arco de separación entre la visual a ambas estrellas, usando el movimiento rotacional de nuestro planeta.

Distancia entre dos puntos situados en el ecuador celeste:

A causa del movimiento de rotación de la Tierra, podemos usar el hecho de que los dos puntos, A y B, que se consideren, en su movimiento aparente pasarán, uno tras otro, por el mismo meridiano celeste M1, que usaremos como referencia. Si medimos mediante un cronómetro el instante, t_1 en el que el primero de los puntos, A, pasa por el meridiano celeste de referencia, M_1, y hacemos lo mismo para el instante t_2 en el que el segundo de los puntos, B, pasa por dicho meridiano celeste, llamaremos *tiempo de paso del par* a la diferencia entre ambos instantes:

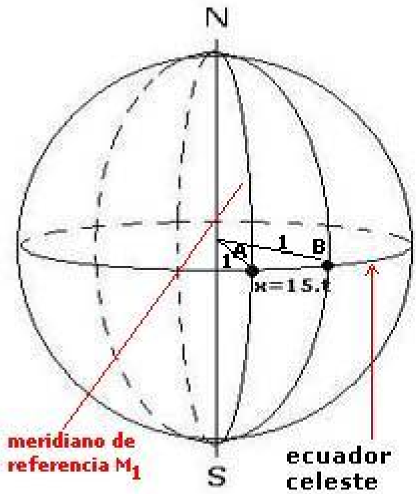
$$t = t_2 - t_1$$

Este tiempo, t, mide la separación, en ascensión recta, de ambos puntos que se encuentran en el ecuador celeste. La longitud D en grados sexagesimales del arco entre ambos puntos, A y B, del ecuador celeste, lo determinamos de forma inmediata mediante una regla de tres, ya que al giro de 360 grados de la bóveda celeste le corresponden 24 horas:

$$\begin{cases} 360^{o} & \rightarrow & 24h \\ D^{o} & \rightarrow & th \end{cases}$$

o sea, es $D = \dfrac{360.t}{24} = 15.t$

Podemos representar esto gráficamente sobre una esfera de radio unidad que gira alrededor del eje norte sur celestes



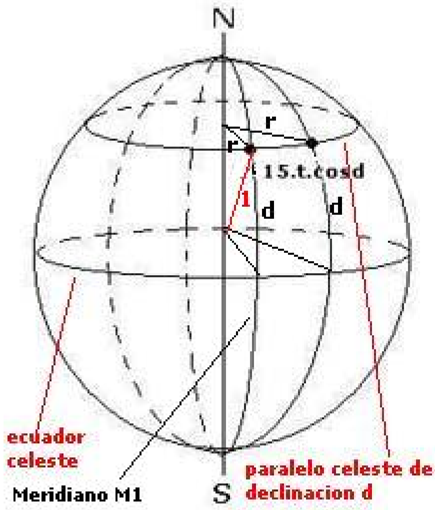
Así, por ejemplo, si encontramos mediante el cronómetro que el tiempo de paso del par de objetos, A y B, por el meridiano de referencia es de 1 segundo, que corresponde 0'000277777 horas, calcularíamos la distancia angular entre ambos mediante la expresión:

$$D = 15.t = 15.0'000277777 = 0'004166666 = 0^{o},0',15''$$

Es decir, la distancia angular entre ambos puntos es de 15 segundos de arco.

Distancia entre dos puntos situados en el mismo paralelo celeste:
Si ambos puntos, están situados en un paralelo celeste distinto del ecuador celeste, el arco recorrido en el mismo tiempo t será menor, pues el radio r de dicho círculo que define el paralelo celeste será menor que el radio del círculo definido por el ecuador celeste (el radio del ecuador celeste podemos suponerlo igual a la unidad, a fin de establecer la proporción).

El radio del paralelo celeste correspondiente a una declinación d es, en la figura siguiente, inmediato: $r = 1.\cos d = \cos d$, de donde obtenemos la longitud del arco de paralelo celeste que le corresponde: $D = 15.t.\cos d$



Tal arco varía desde 15.t en el ecuador hasta cero en el polo norte celeste. Es decir, a medida que la latitud (declinación) aumenta desde 0º a 90º, la distancia entre dos puntos separados por un tiempo t de rotación de la bóveda varía desde 15.t. a cero, esto es, varia en un factor de $\cos d$ (valor comprendido entre 1 y 0).

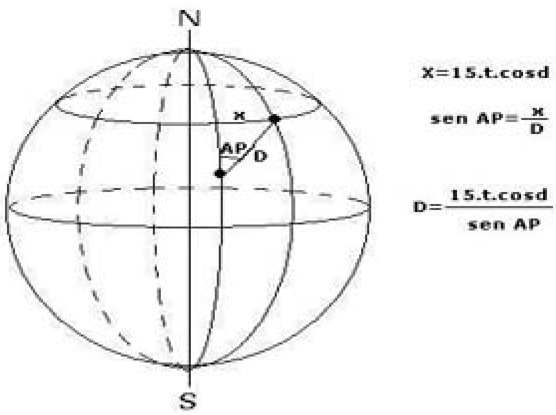
Así, por ejemplo, si el tiempo de paso de los dos objetos por el meridiano M1 de referencia es de 1 segundo de tiempo, y la declinación correspondiente al paralelo celeste en donde se encuentran ambos es de 60º, se calcula la longitud de arco:

$$D = 15.t.\cos 60 = 15.0'000277777.05 = 0'002083327 = 0º,0',7.5''$$

Es decir, la distancia angular entre ambos puntos es de 7.5 segundos de arco.

Distancia entre dos puntos situados en paralelos celestes distintos (caso general)

En este caso, el circulo máximo que pasa por ambos puntos formará un ángulo Ap con el meridiano de referencia M1, y como el ángulo que forma el meridiano celeste y el ecuador celeste es de 90 grados, resulta un triángulo rectángulo en donde uno de los catetos es 15.t.cosd y la hipotenusa es precisamente la distancia angular D entre ambos objetos.



Para dos puntos cualesquiera de la esfera celeste, de declinación media d, y por los que pasan círculos horarios separados por una longitud *m=15.t.cosd*, se tiene que la distancia D entre ambos puntos será, teniendo en cuenta que es la hipotenusa de un triángulo rectángulo, igual al cociente de dividir uno de los catetos por el seno de su ángulo opuesto:

$$\boxed{D = \frac{15.t.\cos d}{senAP}}$$

En la práctica, se toma para d el valor de la declinación media del par de objetos.

Ejemplo: Sean dos objetos situados en una declinación media de 35º, con un ángulo de posición respecto al meridiano celeste norte sur de 50º. Calculemos su distancia angular si sabemos que el tiempo de paso ha sido de 1 segundo de tiempo.

$$D = \frac{15.t.\cos d}{senAP} = \frac{15.0'000277777.0'819152044}{0'766044443} = \frac{0'003413133}{0'766044443} = 0'004455529 = 0^{o},0',16.04''$$

La distancia angular es, por tanto, de 16.04 segundos de arco.

Aplicación de la fórmula a la medida de separación de estrellas dobles visuales. Un ejemplo real

En el caso de las estrellas dobles, seguiríamos el mismo procedimiento descrito antes, midiendo el tiempo de paso con un cronómetro, con el consiguiente riesgo de error si lo hacemos manualmente, pues se trata de intervalos muy pequeños de tiempo.

Para establecer el meridiano M1 para el paso de ambas componentes del par podemos usar en el ocular del telescopio un pelo muy fino que procuraremos quede en la dirección norte sur durante la observación. Marcaríamos con un cronómetro, iniciándolo en el instante t1 en el que la primera estrella quede eclipsada por el pelo, y cerraríamos luego el instante t2 en el que se detecta el eclipse de la segunda estrella. La diferencia, que marcará el cronómetro, es el tiempo t transcurrido entre ambos eclipses.

Un ejemplo real:

Veamos como ejemplo la estrella doble H7, de la constelación de Scorpio (es la B1-scorpii). Se trata de una doble asequible al aficionado por la magnitud visual de sus componentes, 2’9 la estrella principal, y 5’10 la estrella secundaria. El ángulo de posición del par es de 24º aproximadamente y las coordenadas ecuatoriales promediadas del par son: ascensión recta: 16h05m26s, declinación: -19º48’19” (coordenadas 2000).

- Medición del tiempo de paso. Un procedimiento probabilístico:

Si intentamos medir el tiempo de paso con un cronómetro por un cierto meridiano indicado por el pelo que hemos puesto en el ocular, observamos que los tiempos transcurridos no llegan siquiera al medio segundo. El autor de estas notas ha hecho esta observación repitiendo siete veces la medición del tiempo de paso con un mismo cronómetro, obteniendo estos valores en segundos de tiempo:

0’55 0’45 0’44 0’34 0’42 0’34 0’23

hemos hallado a continuación el tiempo medio (media aritmética): tm=0’3957

para afinar un poco más la medición del tiempo de paso hemos determinado la desviación Standard de todos estos valores que resultó ser ds=0’097, con lo cual obtenemos un intervalo de confianza:

$$[t_m - d_s, t_m + d_s] = [0'2987, 0'4927]$$

y los valores cronometrados que quedan dentro de este intervalo de confianza son

0’45 0’44 0’34 0’42 0’34

para los que obtenemos el tiempo medio definitivo: tm=0’3980

- Cálculo de la distancia angular:

Sustituimos los datos encontrados en la fórmula:

$$D = \frac{15.t.\cos d}{senAp} = \frac{15.0'3980.\cos(19^{o}48'19'')}{sen24^{o}} = \frac{5'616871887}{0'406736643} = 13'81$$

Encontramos por tanto como distancia angular del par D=13’81 segundos de arco.
Si observamos la distancia angular de este par que figura en catálogos, encontramos:

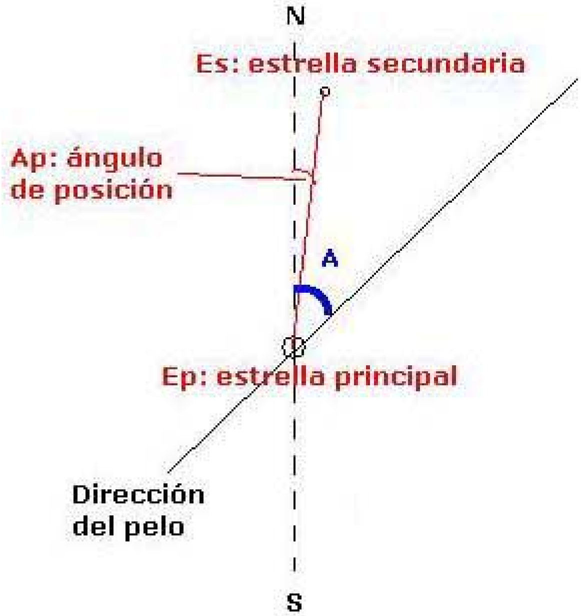
- En el Catálogo de Estrellas Dobles Visuales, de José Luis Comellas: D=14”
- En el Catálogo de Estrellas Dobles Visuales WDS: D=13’6” (este catálogo le asigna al par un ángulo de posición de 21º, en la medición de referencia, del año 1980)

Una variante muy útil para el caso en el que el ángulo de posición es demasiado pequeño o demasiado próximo a 180º

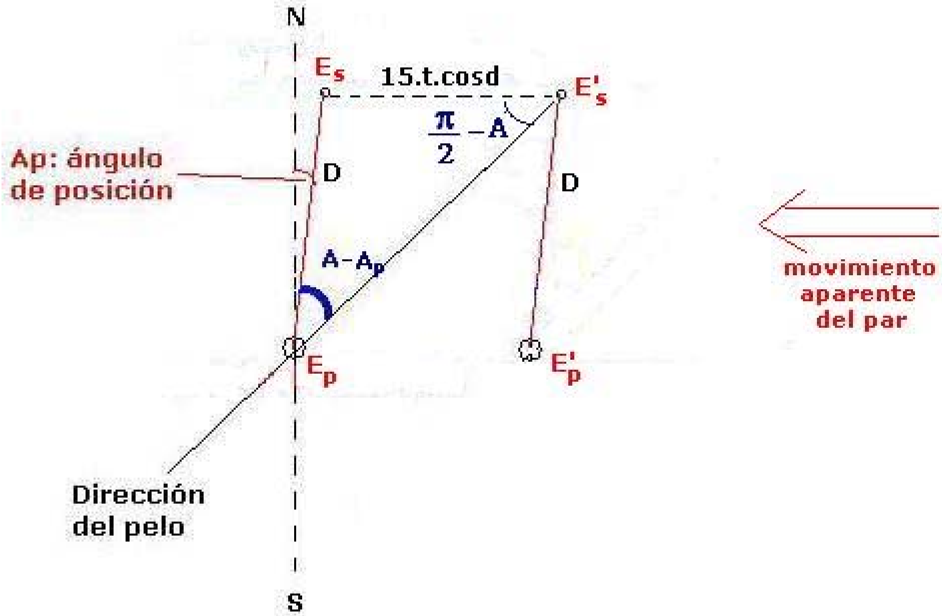
A efectos prácticos, el problema de calcular el tiempo de paso se hace muy difícil para un observador provisto solo de un telescopio de aficionado y un cronómetro y, como ya hemos indicado en el anterior ejemplo, es necesario repetir la cronometrización varias veces para poder obtener un tiempo medio que supere los errores propios del observador.

Esta dificultad se agudiza cuando el tiempo de paso es muy pequeño, es decir, cuando el ángulo de posición del par está muy próximo a 0º o muy próximo a 180º o muy próximo a 360º. Para estos ángulos la línea que une a ambas estrellas del par tiene prácticamente la misma dirección que el pelo en la dirección norte sur, por lo que el tiempo de paso de ambas por el meridiano de referencia M1 es tan pequeño que la actuación manual sobre el cronómetro no ofrece apenas garantía de efectividad.

Para este caso podemos usar un procedimiento más general, que consiste simplemente en colocar el pelo del ocular no coincidiendo con la dirección norte sur del meridiano de referencia M1, sino formando con él un ángulo A lo suficiente grande (recomendamos aproximadamente 60º) para que puedan calcularse sus razones trigonométricas sin dificultad. La fórmula a usar es ahora diferente, pero se obtiene también de forma muy sencilla.



Si consideramos el movimiento aparente del par desde el momento del eclipse de la primera estrella $E_s^{'}$, hasta que la segunda de las estrellas quede eclipsada por el pelo en E_p, se forma un triángulo en el que se conoce un lado, $15.t.\cos d$, y dos ángulos $A - A_p$ y $\frac{\pi}{2} - A$



Aplicamos el teorema de los senos al triángulo Ep_Es_E's:

$$\frac{D}{sen(\pi/2 - A)} = \frac{15.t.\cos d}{sen(A - A_p)} \rightarrow D = \frac{15.t.\cos d.\cos A}{sen(A - A_p)}$$

Por tanto, la fórmula a utilizar ahora para obtener la distancia angular, D, del par viene dada por:

$$\boxed{D = \frac{15.t.\cos d.\cos A}{sen(A - A_p)}}$$

Aplicación de esta fórmula a un par de estrellas cuyo ángulo de posición sea muy pequeño. Ejemplo real

Consideremos la estrella doble Struve 1882, en la constelación de Draco (es la Tyc 4173-1662-1) con coordenadas ecuatoriales medias Ar=14h44m19s, d=61º06'00". Las magnitudes de este par son 6'80 y 8'30. Y el ángulo de posición es solamente de 1º.

Inclinamos el ocular del pelo un ángulo de 60º con respecto a la dirección norte sur y medimos con el cronómetro los tiempos de paso del par al ser eclipsadas ambas estrellas por el pelo. Hemos realizado seis cronometrajes, obteniendo los siguientes tiempos de paso en segundos:

2'75 2'82 2'80 2'77 2'79 2'81

el tiempo medio resulta ser tm= 2'79 segundos, y la desviación Standard es ds=0,0005666, lo que nos permite fijar el intervalo de confianza: $[2'7894333, 2'7905666]$. Tomamos los valores que obtuvimos en la observación comprendidos en este intervalo y vemos que solamente hay uno: 2'79, luego el nuevo tiempo medio, que coincide con el anterior, es: tm=2'79.

Aplicamos la fórmula:

$$D = \frac{15.t.\cos d.\cos A}{sen(A - A_p)} = \frac{15.2'79.\cos(61º06'00").\cos(60)}{sen(59)} = \frac{10'11268386}{0'8571673} = 11'797$$

Resulta por tanto una distancia angular para el par D=11'797 segundos de arco.
Si observamos la distancia angular de este par que figura en catálogos, encontramos:

- En el Catálogo de Estrellas Dobles Visuales, de José Luis Comellas: D=12"
- En el Catálogo de Estrellas Dobles Visuales WWS: D=11,6"

Bibliografía

- Catálogo de Estrellas Dobles Visuales, José Luis Comellas, Equipo Sirius, Madrid, 1988.
- Washington Double Star Catalog, http://ad.usno.navy.mil/wds/